

ACCADEMIA AERONAUTICA - Preparazione Prova orale di Matematica

Esercitazione n. 1:

Determinare l'equazione segmentaria della retta r passante per il punto $P(2; -1)$ e perpendicolare alla retta s di equazione $2x - 4y + 5 = 0$.

RISOLUZIONE:

Per risolvere il quesito dobbiamo **determinare** nell'ordine:

1. Coefficiente angolare della retta s
2. Coefficiente angolare della retta r
3. Equazione della retta r in forma esplicita
4. Intersezioni della retta r con gli assi coordinati x ed y
5. Equazione segmentaria della retta r

PUNTO 1.

Conoscendo l'equazione della **retta s** in forma implicita, possiamo ricavare il suo **coefficiente angolare**:

$$2x - 4y + 5 = 0$$

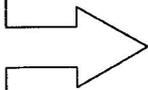
↓

$$m_s = -\frac{2}{-4}$$

↓

$$m_s = \boxed{\frac{1}{2}}$$

Semplifichiamo la frazione dividendo numeratore e denominatore per -2



Equazione generale della retta in forma implicita:
 $ax + by + c = 0$

Coefficiente angolare:
 $m = -\frac{a}{b}$

PUNTO 2.

Possiamo ora calcolare il **coefficiente angolare della retta r**, sapendo che essa è perpendicolare alla retta s (i coefficienti angolari delle due rette sono uno l'anti-reciproco dell'altro):

$$m_r = -\frac{1}{m_s}$$

↓

$$m_r = -\frac{1}{\frac{1}{2}}$$

↓

$$m_r = \boxed{-2}$$

Due rette r ed r' sono perpendicolari se e solo se il prodotto dei loro coefficienti angolari è uguale a -1 :

$$m \cdot m' = -1$$

Dalla relazione precedente si ricava:

$$m' = -\frac{1}{m}$$

PUNTO 3.

Determiniamo l'**equazione della retta r in forma esplicita**, sapendo che essa passa per il punto $P(2; -1)$ ed ha coefficiente angolare $m_r = -2$:

$$y - y_P = m_r \cdot (x - x_P)$$

↓

$$y + 1 = (-2) \cdot (x - 2)$$

↓

$$y = -2x + 4 - 1$$

↓

$$\boxed{y = -2x + 3}$$

Equazione del fascio proprio di rette di centro $P(x_0; y_0)$:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

Al variare di m si ottengono tutte le rette del fascio passanti per P , tranne la parallela all'asse y , che ha equazione $x = x_0$.

PUNTO 4.

Troviamo il **punto di intersezione della retta r con l'asse x** ($y = 0$):

Si sostituisce il
valore 0 al posto
della y nella prima
equazione

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} 0 = -2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

Le coordinate x ed y del
punto di intersezione tra
due rette possono essere
determinate **mettendo a
sistema le equazioni delle
rette**: i valori calcolati di x
ed y devono infatti
soddisfare entrambe le
equazioni.

La retta r interseca quindi l'asse x nel punto $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

Con procedimento analogo troviamo il **punto di intersezione della retta r con l'asse y** ($x = 0$):

Si sostituisce il
valore 0 al posto
della x nella prima
equazione

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} y = 0 + 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

La retta r interseca quindi l'asse y nel punto $B(0; 3)$

PUNTO 5.

L'**equazione segmentaria di una retta** (non parallela ad uno degli assi coordinati e non passante per l'origine) ha la seguente forma:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

Dove **p** è l'ascissa del punto di intersezione della retta con l'asse x, mentre **q** è l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y.

Avendo già trovato i punti di intersezione della retta r con gli assi coordinati, si ricavano i **valori di p e q**:

$$\begin{array}{cc} A\left(\frac{3}{2}; 0\right) & B(0; 3) \\ & \downarrow \\ p = \frac{3}{2} & q = 3 \end{array}$$

Possiamo quindi scrivere l'**equazione segmentaria della retta r**:

$$\frac{x}{\frac{3}{2}} + \frac{y}{3} = 1$$