ACCADEMIA ESERCITO - Preparazione Prova orale di Matematica

Esercitazione n. 2:
Semplificare la seguente espressione:

$$\frac{\sin 450^\circ - \sqrt{3}\tan 1410^\circ + \sqrt{2}\cos 495^\circ}{\sin 510^\circ - \cos 960^\circ}$$

RISOLUZIONE:

Applicando la **riduzione degli archi al primo quadrante** e le **relazioni tra archi associati**, calcoliamo separatamente il valore corrispondente a ciascuna funzione goniometrica:

- $\mathbf{\sin 450^\circ} = \sin(360^\circ + 90^\circ) = \sin 90^\circ = \boxed{1}$

> *Archi che differiscono di un numero intero di circonferenze:*
>
> $sin(k360^\circ + \alpha) = sin\,\alpha$
>
> *con k numero intero positivo, negativo o nullo.*

- $\mathbf{\tan 1410^\circ} = \tan(3 \cdot 360^\circ + 330^\circ) = \tan 330^\circ$

> *Archi che differiscono di un numero intero di circonferenze:*
>
> $tan(k360^\circ + \alpha) = tan\,\alpha$
>
> *con k numero intero positivo, negativo o nullo.*

Applicando le relazioni tra **archi esplementari**, si ottiene:

$\tan 330^\circ = \tan(360^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$

> $tan(360^\circ - \alpha) = -\,tan\,\alpha$

- $\mathbf{cos\,495°} = \cos(360° + 135°) = \cos 135°$

Archi che differiscono di un numero intero di circonferenze:

$$cos(k360° + \alpha) = cos\,\alpha$$

con k numero intero positivo, negativo o nullo.

Applicando le relazioni tra **archi supplementari**, si ottiene:

$$\cos 135° = \cos(180° - 45°) = -\cos 45° = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$cos(180° - \alpha) = -cos\,\alpha$$

- $\mathbf{sin\,510°} = \sin(360° + 150°) = \sin 150°$

Archi che differiscono di un numero intero di circonferenze:

$$sin(k360° + \alpha) = sin\,\alpha$$

con k numero intero positivo, negativo o nullo.

Applicando le relazioni tra **archi supplementari**, si ottiene:

$$\sin 150° = \sin(180° - 30°) = \sin 30° = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$sin(180° - \alpha) = sin\,\alpha$$

➢ $\mathbf{cos\,960°} = \cos(2\cdot 360° + 240°) = \cos 240°$

Archi che differiscono di un numero intero di circonferenze:

$$cos(k360° + \alpha) = cos\,\alpha$$

con k numero intero positivo, negativo o nullo.

Applicando le relazioni tra **archi che differiscono di 180°**, si ottiene:

$$\cos 240° = \cos(180° + 60°) = -\cos 60° = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

$$cos(180° + \alpha) = -\,cos\,\alpha$$

Sostituendo i valori ottenuti per le funzioni goniometriche **nell'espressione iniziale**, si ha:

$$\frac{\sin 450° - \sqrt{3}\tan 1410° + \sqrt{2}\cos 495°}{\sin 510° - \cos 960°} = \frac{1 - \sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\cancel{1} + 1 - \cancel{1}}{1} = \boxed{1}$$

